

中学校数学科における操作的活動に関する研究

自然科学系教育サブプログラム

千葉 佳奈恵

【指導教員】 二宮 裕之 飛田 明彦 松原 和樹

【キーワード】 操作的活動 数学的活動 動的幾何ソフト GeoGebra

1. はじめに

現在の数学科において、生徒が教師の説明を聞く、与えられた方法で問題を解くといった受動的な学びが多くなっていると考えられる。そこで、身近な具体物を使った活動を授業に取り入れれば、主体的な活動になり、有効的であると考える。操作的活動に関する研究をこれまで進めてきた。「操作的活動」という言葉は、昭和52年の学習指導要領で最初に使用された(石田, 1995)。平岡(1982)は、「教育の場で、子どもたちに学習内容をよりよく理解させ、興味をもたせ、主体的に学ばせるような指導の仕方は種々工夫されているが、具体物や半具体物などに即して操作的活動を活用した授業法は極めて有効である。」(p.7)と述べており、「操作的活動は、児童に学習を動機づけ、算数の美しさを感じさせ、学習に興味や意欲をもって主体的に取り組ませるようにするうえからも極めて有効である」(p.21)としているが、このことは、算数だけでなく数学科でも当てはまるであろう。

しかし、具体物を用いた操作的活動は算数科での事例が多く、数学科の授業で活用させることには限界がある。コロナ禍を経て、現在の中学校教育現場では1人1台ICT機器を利用する環境が整備されつつあり、今後の数学教育ではさらにICTの活用が普及されるであろう。具体物を用いることとは異なるが、生徒が試行錯誤できる活動として動的幾何ソフトを用いた活動も操作的活動であると位置づけ、本稿ではGeoGebraを題材とする操作的活動を取り入れた授業提案を行う。そして、中学校数学科において操作的活動を取り入れることで、生徒の数学に対する興味・関心を喚起させ、生徒が主体的に問題解決する活動の可能性を探る。そのことから、中学校数学科における操作的活動の可能性を明らかにすることを目的とする。

2. 操作的活動

1) 数学的活動

1999年の学習指導要領改訂で算数・数学科の目標に「算数的活動」「数学的活動」の文言が加わった。数学的活動は、観察、操作、実験・実習などの外的活動と、直観、類推、帰納、演繹などの内的活動に分けられる。中学生は、外的から内的、内的から外的というように循環的な活動が大切である。1999年の学習指導要領において数学的活動の外的活動及び内的活動については以下の記載がある(p.15)。

数学学習での問題解決の過程をみると、大きくはア)計算処理や図形の具体的な操作など客観的に観察が可能な活動、そして、イ)類推したり、振り返って考えたりするなどの内面的な活動に分けてとらえることができる。

こうした数学的活動を進めていく際、両者の関係については次のことに配慮する必要がある。物を動かして考えたり、考えたことを実験して確かめたりすることは、知的充足を一層高めることに寄与する。すなわち、ア)の活動は、イ)の活動の活性化を促すものと位置付けることができる。また、イ)の活動はア)の活動を誘発する。これによって、概念の深化が進みごく自然な形で自己発展的で創造的な思考の展開が起こる。

知的充足の高まりは、上述したようなア)とイ)の活動の相互的かつ循環的な活動に依存すると考えられる。ア)の活動が目的に応じて自由にできるようにすることはもちろん大切であるが、特に、論理的、抽象的な思考が次第にできるようになる中学生の発達段階では、イ)のような内的な思考活動を活発に行えるようにする必要がある。

このように、数学的活動の楽しさについては、単に楽しく活動をしたというのではなく、それによって生徒にどのような知的成長がもたらされるかという質的側面にも目を向ける必要がある。

現行の学習指導要領において数学科の目標に、「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う」とある。

学習指導要領にて、数学的活動について以下の記載がある(p.23)。

数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである。これは、「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学に関わりのある様々な営み」であるとする従来の意味をより明確にしたものである。

今回の改訂では、数学的に考える資質・能力を育成する上で、数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して学習を展開することを重視することとした。

数学的活動における問題発見・解決の過程には、主として二つの過程を考えることができる。一つは、日常生活や社

会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程であり、もう一つは、数学の事象から問題を見いだし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程である。これら二つの過程は相互に関わり合って展開される。数学の学習過程においては、これらの二つの過程を意識しつつ、生徒が目的意識をもって遂行できるようにすることが大切である。また、各場面で言語活動を充実し、それぞれの過程や結果を振り返り、評価・改善することができるようにすることも大切である。

また、数学的活動の楽しさについては、以下のように示されている (p.28)。

生徒が数学の学習に主体的に取り組むことができるようになるためには、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することが大切である。「数学的活動の楽しさ」については「数学のよさ」とともに「実感」することとしている。これは、学びを支える情意的な側面を大切にすること、すなわち、数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、数学的活動に主体的に取り組むことを大切にすると趣旨によるものである。単にでき上がった数学を知るだけでなく、事象を理想化したり抽象化したりして数学の舞台にのせ、事象に潜む法則を見つけたり、観察や操作、実験などによって数や図形の性質などを見いだし、見いだした性質を発展させたりする活動などを通して数学を学ぶことを重視することが大切である。さらに、自立的、協働的な活動を通して数学を学ぶことを体験する機会を設け、その過程で様々な工夫、驚き、感動を味わい、数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるようにすることが大切である。

さらに、数学的活動の教育的意義について以下のように示されている (p.32)。

数学は、問題を発見して解決し、それらを振り返りながら、更に考え続けることで発展をしている。数学を学ぶことは、問題を発見しそれを解決する喜びを感じ、人生をより豊かに生きることと寄与するものと考えられる。また、これからの社会を思慮深く生きる人間を育成することにも大きく貢献すると考えられる。数学の学習では、主体的に問題発見・解決の過程を遂行すること、そして、これを振り返って言語としての数学で表現し、意見の交流や議論などを通して吟味を重ね、更に洗練させていくことが大切であり、ここに数学的活動の教育的意義がある。

数学的活動の取組における配慮事項を以下のように挙げている (p.172-174)。

(1)数学的活動を楽しめるようにするとともに、数学を学

習することの意義や数学の必要性などを実感する機会を設けること。

(2)数学を活用して問題解決する方法を理解するとともに、自ら問題を見いだし、解決するための構想を立て、実践し、その過程や結果を評価・改善する機会を設けること。

(3)各領域の指導に当たっては、観察や操作、実験などの活動を通して、数量や図形などの性質を見いだしたり、発展させたりする機会を設けること。

(4)数学的活動の過程を振り返り、レポートにまとめ発表することなどを通して、その成果を共有する機会を設けること。

2) 操作的活動

平岡 (1982) は、「操作」及び「操作的活動」を「身体の一部を使う行為を通して対象を扱うことを操作といい、操作による学習活動を操作的活動ということにする。この場合、身体の一部を使うといっても、算数科の段階における操作としては手を使つての場合が多いと言えよう。したがって、実際には、この操作的活動は、念頭操作への発達を助けるものとしての対象を手などでいじる manipulation、言い換えれば、manipulative activity という意味に近いものと解してよいであろう。(pp.17-18)」と定義している。

操作的活動には、実際に具体物を、手を動かして考える「具体的操作」と、頭の中に対象とする事柄のイメージを描いて思考する念頭操作の2種類がある。この念頭操作の段階において、対象物をイメージしてどのように具体的操作に生かすかが重要となるであろう。また、操作的活動の大きな特徴は、操作の過程で試行錯誤を伴うことである。

本稿では、操作の題材として動的幾何ソフトを活用することも操作的活動と含める。ICT 機器を操作するという点で「身体の一部 (手指)」を使う行為であり、これを通して「対象 (画面上の図形)」を扱うことが「操作」である。さらに、「念頭操作」において対象物をイメージして「具体的操作 (ICT 機器を用いた操作)」を行うという点でも、操作的活動の要件を満たしていると考えられる。また、試行錯誤しながら数学的活動ができるという点で、「身体の一部を使う行為を通して対象を扱う」活動と、「ICT を操作する」活動に共通点があることから ICT を題材とした操作も操作的活動であると考えられる。

3) 操作的活動の教育的意義

平岡 (1982) は、算数科の授業で操作的活動を生かして用いる教育的意義として次を挙げている (p.19)。

- ①概念・原理・きまりなどの理解を助ける。
- ②知識・技能の確かな習得や定着に役立つ。
- ③判断や説明の根拠としたり、筋道立った考え方の表現に役立つ。
- ④問題解決や思考を進めるのに効果的である。
- ⑤性質・きまりの発見や発展的な考察処理に有効である。

- ⑥学習の動機づけ・興味の喚起や、意欲をもった主体的な学習に効果がある。
- ⑦多様な反応に応じ、個に即した学習に役立つ。
- ⑧学習内容の確かめや評価に活用できる。
- ⑨以後の学習への基礎的経験として役立つ。

この中でもとりわけ①と②、また⑥は重要であるとしており、①について「算数科の主な学習内容としての概念・原理・きまりなどはいずれも抽象的・形式的なものなので、実際の指導に際して、それらを適当な具体物や半具体物などの材料におきかえたりして、なるべく手などによる操作を通すようにして理解させるのが効果的になる。これは、単に手などで操作して扱うことに意味があるというだけではなく、手などで操作することによって、触覚、筋肉感覚、視覚などの多くの感覚が駆使され、精神にはたらきかけて思考を活発にし、学習対象の理解を助けるというところに大きな意義があるのである。」(p.20)としている。また、②については、「知識や技能の一層確実な習得や定着を図るには、それらの知識や技能の本質をよく理解させたり、適当な場面で使用させるようにすることは極めて大切であるが、より有効なのは、それらを適用した練習をすることである。」(p.23)と述べている。さらに、⑥に関しては、「動機づけと言え、特に、授業の最初の導入課題の提示もその意味は大きい。一般には、児童の身の周りの生活空間から選ばれた場や素材を、操作的に扱うと親しみもあり興味もひくが、学年や児童によっては必ずしも生活経験に密着したものばかりでなく、多分に知的な一般化された素材でも大いに興味や関心をそそることがある。いずれにしても、当面する子どもたちにとって、真に自分たちの問題として真実味 (reality) を感じるようなものがよい。」(pp.22-27)。としている。

4) 操作的活動の留意すべき点

操作的活動は、生徒の学習を効果的にするためであり、ただ活動を行えばよいというものではない。十分な教育的意義をみせるためには、適切な場面や題材を工夫して活用する必要がある。

平岡 (1982) は、操作的活動を行うにあたって、留意すべき点として以下を挙げている (pp.28-29)。

- ①学習のねらいを明確にし、児童にそのねらいを意識させるようにする。
- ②学習のねらいによく適合した操作的活動をするようにする。そのため、また、適切な準備が必要である。
- ③操作的活動を通して、数学的な考え方の育成を助長するようにする。
- ④操作的活動を行っている間や特にその最後に、適切な助言やまとめを丁寧に行うようにする。

それぞれ、①に関して、「操作的活動は、とかくやらせればよい、しかも楽しくやらせればよいといった安易な考え

方に流れやすいが、あくまでも、学習のねらい達成に向かったものであるから、操作的活動に入る前や入っている間にも、そのねらいをはっきりさせ、意識化させるように仕向けることが大切である。何のためにやるのか分からないような必要感もないものでは実効があがらない。」、②に関して「授業における指導過程のどの段階の、どんな場面で、どんな材料で、いかなる方法で操作的活動を行うのがよいかなどについて十分検討して進める必要がある。」「操作的活動を行うには、一般に時間がかかることが多いのでーしかし、やる以上は興味を持続させてやらせたいー、この面について指導計画作成上からも考慮しておかなければならない。また、操作的活動を効果的にする材料の開発や工夫をすることも大事である。」、③に関して「算数科における操作的活動の活用は、あくまで、算数科のねらいを達成するための一つの有効な姿であるから、その操作的活動を通して、算数科本来のねらいである児童に数学的な考え方を育成するというところに焦点をあてて進めることが大事である。操作的活動による授業は特に行動的になるので、上述のねらいが甘くなる恐れがあるので十分に心したい。特に、算数科では、事象を数理的にとらえて、対象を念頭で操作できるようにしていくことをめざしているわけであるから、この観点からみて、操作的活動の意義が十分に発現されるよう活用に意を用いて進めたい。」、④に関して「操作的活動の中で、児童たちによって種々の活動が行われた後で、それらを互いに比較検討させてより望ましいものへ練り上げていったり、その方向へ向けて行った過程を辿らせたり、結果を自分の言葉で表現させたりするとよい。それらのことによって、より抽象化・一般化をめざして進むことができたり、児童の反応やつまずきの診断とか、児童の各自の自己評価を促すことなどができる。」とそれぞれ述べている (平岡, 1982, pp.28-29)。

また、坂本 (1981) も操作的活動を取り入れる際の問題点として、「一つは、自分で課題意識をはっきりさせて操作をするのではなく、単に指示者の指示に従って操作しているだけの活動が多い。また、操作的な活動が指示者の示範にとどまっていたり、一部の児童だけが活動して、ひとりひとりの児童が操作的な活動に参加するまでに至っていない。さらに、操作のやりっぱなしで終わり、操作的な活動を通して考えたことをみんなにわかるように説明することが少ない。」(p.25)としており、以下のように留意することが大切であると述べている。

- ①操作的な活動の目的をつかませるとき、具体的に児童が操作できるように指示する。
- ②操作するときのルールをひとりひとりにきっちりつかませてから活動させる。
- ③操作的な活動をしてから確かめたら、しるしをうつなどして、操作のあとを明確に残しておくようにさせる。

これらの留意点は、具体物を扱う操作的活動だけでなく、

動的幾何ソフトを用いた活動にも同じように当てはまる。ただ ICT を用いて活動を行えばよいというものではない。動的幾何ソフトを用いた活動を行うことの目的や狙いを生徒と共有し、生徒自身が明確にした状態で行う必要がある。また、操作を通して試行錯誤した過程を残しておくことやワークシートに記述しておくことで活動後に他者に自分の活動内容を説明する際の手助けとなる。これは、数学的な考え方や表現力の育成に繋がると考える。

これらを踏まえて、操作的活動を取り入れた授業実践を行う際には、図1の4点に留意して充実した操作的活動を行うようにする。

操作的活動を行う際の留意点

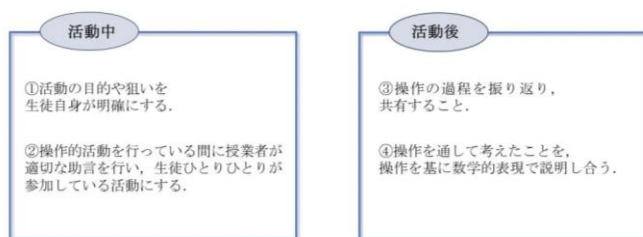


図1 操作的活動の留意点

3. 動的幾何ソフトを利用した授業実践の考察

1) 動的幾何ソフトを用いる効果

辻 (2001) は、コンピュータ環境下における作図活動について以下のように述べている。

作図活動を、図の動的変形が可能なコンピュータ環境下において行うことで、作図活動がさらに学習に対して次のような効果をもたらすと考えられる。コンピュータ環境下で実現される図の動的変形は、紙と鉛筆の環境下における図の持つ特徴とは異なるものである。それは、作図のプロセスで決定される図形の要素間の関係を、図を動かす場面において視覚的に捉えることができるようにしているからである。そのため、問題となる図形の捉え方とそれを構成する手続きに利用されている考えが、図の動的変形に反映されるのである。スクリーン上に作図し、変形させるなどの活動の結果により、自分の図形の捉え方やその構成方法がどのような数学的な意味を持つのか、学習者自身や教師が評価することができる(フィードバック)。

また、中学生を対象に調査し、コンピュータ環境下での作図活動が、図形の捉え方の変化に対して及ぼす影響を探究した結果、「作図活動と動的変形が、学習者の図の捉え方を形状などの知覚的な面から、図形を構成する要素間の関係などの論理的な面への移行に影響する」と見出した。

これらの先行研究によって動的幾何ソフトを作図活動に用いることは効果的であると考えられる。しかし、1人1台端末を所持するようになった現在、数学科においてそれを活用している場面は少ない。半田 (2023) も「数学教育における ICT 利用といっても学習支援システムを使用して課題を配信したり、オンライン授業を行うなどにとどまってい

る。数学そのものの理解のために ICT を利用している場面は少ない。」としている。したがって、本稿では動的幾何ソフトを中学校数学科、特に図形分野において活用させ、数学そのものを理解する操作的活動を取り上げる。なお、動的幾何ソフトを用いて多様な探究にするためには、性質を発見する道具として使うために、証明問題のような「条件下では問題文の内容がいつもなりたつ」ことを確認するのではなく、結論の部分を「どのような形になるか」とオープンにしたり、証明よりも発見に適していることから結論を明示して「証明せよ」という問題ではなく、「どのようなことが成り立っているか調べよ」のように適切な課題に変えたりすることが大切である(飯島, 2012)。

2) GeoGebra を利用した作図指導

本節では、半田 (2023) による GeoGebra を利用した作図指導の授業実践を考察する。

半田 (2023) は、都内私立女子中高一貫校の中学1年生を対象に、動的幾何ソフト GeoGebra を利用した作図指導を行った。数学科指導の中で ICT を利用した数学学習が従来の授業のあり方よりも効果があることを確認するために授業実践を行い、この授業のねらいを以下とした(p.72)。

- 作図の理解が深まり、その様な作図をする事がなぜ正しいのかということを他者に説明することで、思考・判断・表現力の育成。
- 動的幾何ソフトを利用した作図指導を受けることで、作図に関する理解とその後の平面図形に対する知識・技能が深まる。
- 生徒たちの探究心を促し、主体的に学習に取り組む態度の促進。

動的幾何ソフトを利用する指導を受けるクラス A39 名と動的幾何ソフトを利用しない指導を受けるクラス B40 名、合計 79 名を対象とし、対象生徒は入学時に 1 人 1 台 iPad を購入している。

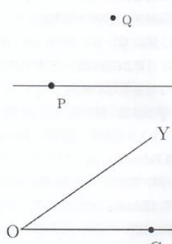
教科書を用いて直線や線分、円などの基本的な用語の定義、性質等を確認後、図形の移動として平行移動・対称移動・回転移動を学習した。適宜 GeoGebra を利用しながら解説し、教科書の練習問題などにも利用させていった。点を取る、直線・線分などを描く、円を描く、スライダーの利用、について授業時に説明し、実習させた。円の描き方については「中心と円周上の1点で決まる円」、「中心と半径で決まる円」について実習を行った。また、自作プリントを用意し、GeoGebra の基本的な操作などを指導した。「垂直二等分線」や「角の二等分線」等の作図は、動的幾何ソフトを利用すると安易にソフトウェアの持つ機能を利用してしまふ、という問題点に対して「1回だけは円や直線、線分等を利用して、紙と鉛筆同様に作図手順に従って(動的幾何ソフトで)作図させておく。」とし、その後2回目からは動的幾何ソフトの持つツールを利用させる方法をとった。その指導後に GeoGebra のツールを用いた線分の垂直二等分線の作図、角の二等分線の作図を指導した。GeoGebra を

用いた作図については、GeoGebra のデフォルト画面に表示されているメニューから利用できるツールの使用について制限はしなかった。つまり本研究における GeoGebra を用いた作図は、デフォルト画面に表示されているツールの使用を認めた作図ということになる。ただし、使い方については詳しく説明したのは上記の基本的な操作と「垂直二等分線」と「角の二等分線」である。他のツールの使い方は自分たちで試行錯誤したり調べながら使うよう指導した。

GeoGebra を用いた作図を指導した後、教科書の「作図」へと進み、教科書の内容を指導しながら、グループワークを取り入れた。作図の応用問題を6問用意し、1グループ6〜7人で1問ずつ割り当てて取り組ませた。これら応用問題を選ぶにあたり、教科書で取り上げた作図の意味が理解できているか確認できる問いを選んだ。単に問題を解く、作図をするだけではなく、問題を解く際にその作図がなぜ必要なのか、なぜその手順で正しく作図ができるのか、考えさせる問題を選んだ。これらの問題を各グループで考えさせることで、自分たちがとった作図方法がなぜ正しいのか、クラスで説明させることをねらった。さらに説明させた後、GeoGebra で描いた図を動かしながら、考察した内容を発表することも求めた。そのため、動的に動かすことで探究できるような問いとした。この指導ではグループで問題を解き、解説する準備のために2時間分の授業を割り当て、発表はその翌日の1時間で行われた。発表に用いた GeoGebra ファイルは発表後に提出させ、評価材料のひとつとした。また、授業後に行った Teams のアンケートへの回答と10月中旬に実施した定期試験の問題の一部を利用して目標が達成できたかの判断を行った。

ここでは生徒がグループで取り組んだ作図問題6問のうち、問題2と3の生徒による発表について述べる。

2. 直線 l と、 l 上の点 P および l 上にない点 Q がある。点 P で l に接する円で、点 Q を通る円を GeoGebra で作図せよ。



3. $\angle XOY$ と点 C について、辺 OX 、 OY 上に3つの頂点がある正三角形 ABC を GeoGebra で作図せよ。ただし、点 A は辺 OY 上、点 B は線分 OC 上にあるようにすること。

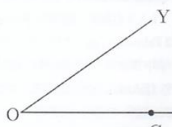


図2 GeoGebra による作図 (半田, 2023, p.86)

問2を発表した生徒は、図3を表示し、「まだ中心は分からないけど、中心の点を O とします。 P は接点で、直線 l と線分 OP は垂直になるはずなので、まず垂線を描きます。中心から P と中心から Q までの距離はどちらも円の半径なので、同じになるはず。そうしたら中心 O と P と Q でできる OPQ は二等辺三角形になるはずなので、 PQ の垂直二等分線を描くことによって、垂線と垂直二等分線の交点が求める中心になります。」と述べた。

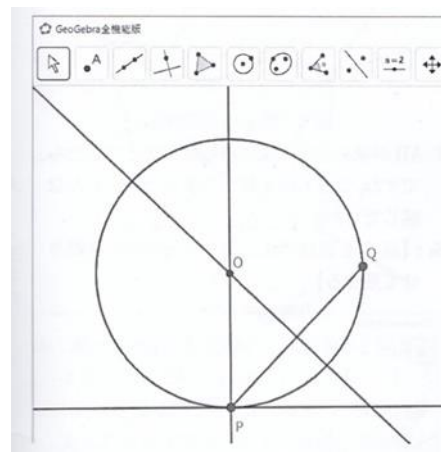


図3 問2の生徒作図 (半田, 2023, p.77)

問3を発表した生徒は、図4を表示し、「点 O を中心に半径 OC の円と点 C を中心に半径 CO の円をかきます。そうすると上の交わった点ができるのでそれを D とします。 OD と CD と OC が同じ長さになるので、正三角形ができます。半直線 OY 上に頂点 A をとるので、 OD を平行移動して点 B をつくります。」と述べ、平行線は GeoGebra のツールを使ったという。

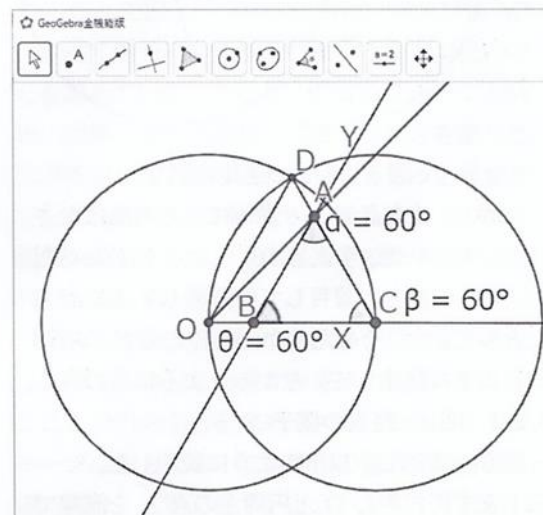


図4 問3の生徒作図 (半田, 2023, p.77)

これらの発表を受けて半田は、問2の発表では、「点 P で円が直線 l に接すること、およびそこでの垂線上に中心があることを理解している様子が見える。また、中心 O の存在を仮定して OPQ が二等辺三角形になることから、 $OP=OQ$ とするために線分 PQ の垂直二等分線を考えていた。垂直二等分線の性質や定義を正しく理解している」と評価している。問3の発表では、「平行線を引くのに GeoGebra のツールを利用していた。このツール利用について教員側からは特に指導はしていない。生徒たちが試行錯誤しながら動的幾何ソフトを利用していく中で主体的に工夫した様子が見える。図4では角の大きさも表示しているが、この点についても同様である。また、平行に移動して正三角形を縮小することで描くことは相似の学習をしていなくても直観的

に理解できていた」と考察している。

授業後の「GeoGebra 作図についてのアンケート」の分析結果では、授業のねらいが達成できたと捉えている。また、生徒による記述アンケートの分析結果からは作図の学習に対して主体的に取り組んでいる様子が分かった。周りの生徒同士、意見を出し合いながら作図を考えたり、動的変形で自身の考えを確認しようとしている意見がみられ、思考・判断・表現の力を育成でき、作図に対する苦手意識を克服していたり、作図による考察を通じて探究することが好きになったといった意見も見られていた。さらに他の作図法を模索する意欲もみられ、主体的学習態度が育っている様子が確認できた。これらの結果から動的幾何ソフトを利用した作図指導が、生徒自身の考察を促し、思考・判断・表現の力を育みながら主体的に取り組もうとする態度が養えたと半田 (2023) は結論付けている。

この授業実践から、動的幾何ソフトを利用した授業は思考・判断・表現の力を育むと共に、主体的な活動にさせることが出来ると考えられるため、操作的活動の題材として有効な手段になると期待できる。さらに、対象学年では未習の学習内容も直観的に捉えられており、この活動は図形概念の形成を育成させていると考える。

4. GeoGebra を題材とした操作的活動の指導例

本節では、第 2 学年の「三角形と四角形」における「平行四角形」の単元で GeoGebra を題材とした操作的活動の指導例を提案する。この単元では、平行四角形の定義を学び、平行四角形の性質、平行四角形になる条件を学習した後、様々な場合における証明問題に取り組む。その際に扱う問題の多くは「平行四角形であることを証明せよ。」といったただ証明するだけの閉じた問題となっている。そこで、「どのような四角形になるのか調べよ」といったオープンな問題にし、GeoGebra を用いて対象図形を考察し、正方形・長方形・ひし形といった特別な平行四角形になる場合を含めて観察することで、証明の手がかりを見つける。この授業のねらいを以下の 2 点とする。

- ・ GeoGebra の操作によって、証明の手がかりを探す。
- ・ 特別な平行四角形について発見し、四角形の包含関係を学ぶ。

取り扱う問題と操作手順は以下である。

【問題】

平行四角形 ABCD の対角線 AC 上に、 $AP=CQ$ となる点 P と点 Q をとる。また、対角線 BD 上にも、 $BR=DS$ となる点 R と点 S をとる。このとき四角形 PQRS は、どんな四角形となるか調べよ。

①「点」ツールを使用して任意の点 A, B, C をとる。

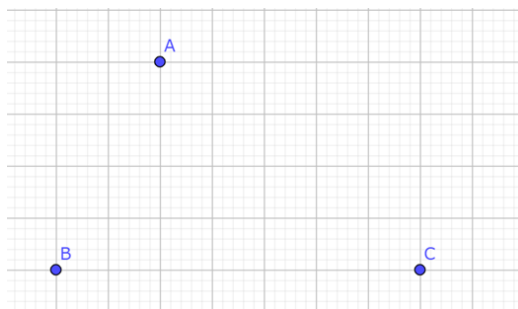


図 5 任意の点 A, B, C

②「2 点を結ぶ線分」ツールで辺 AB 及び辺 BC をかく。

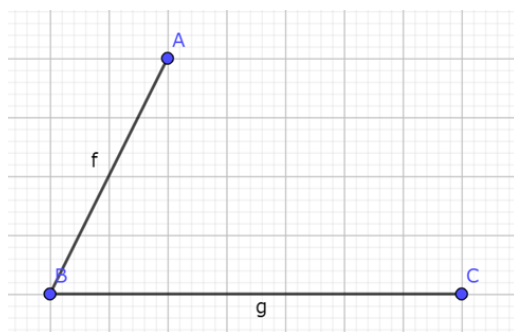


図 6 辺 AB 及び辺 BC

③「平行線」ツールを使用して、点 C を通り辺 AB に平行な直線及び点 A を通り辺 BC に平行な直線をかき、その交点を「2 つのオブジェクトの交点」ツールを使用して点 D とする。

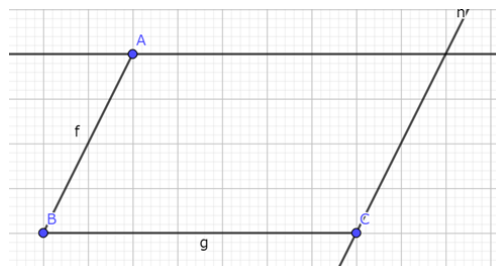


図 7 2 本の平行線

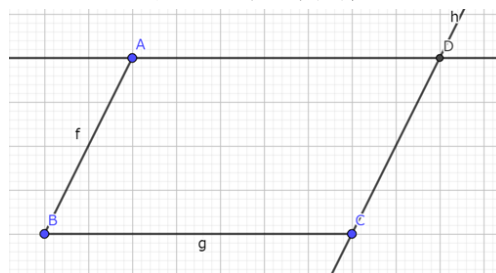


図 8 点 D

④「多角形」ツールを使用して四角形 ABCD をつくる。ここで四角形 ABCD は平行四角形となっていること、また、点 A, B, C を自由に動かしても平行四角形が保たれていることを確認する。なお、点 D は動かさない。

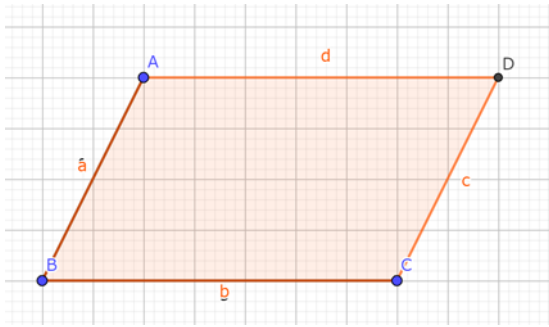


図9 平行四角形 ABCD

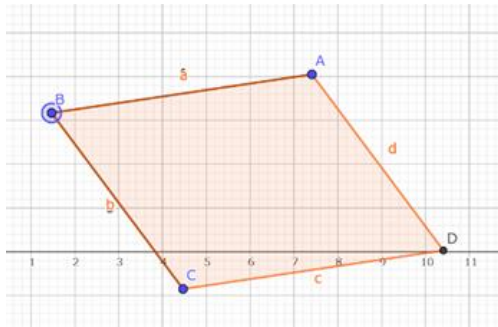


図10 四角形 ABCD は平行四角形の状態を保つ

⑤ 「2点を結ぶ線分」 ツールで対角線 AC, BD をかく。

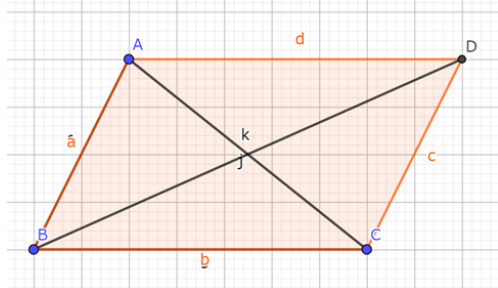


図11 対角線 AC, BD

⑥ 「中点または中心」 ツールで辺 AB, CD の中点, 点 E, F をとる。

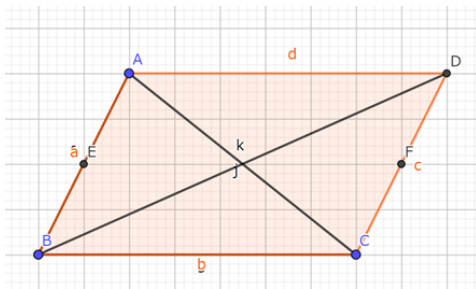


図12 辺 AB, CD の中点

⑦ 「中心と半径で決まる円」 ツールを使用してそれぞれ中心を E, F とする同じ半径の円をかく。

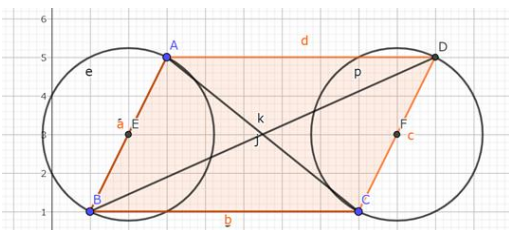


図13 点 E, F を中心とする 2 つの円

⑧ 「2つのオブジェクトの交点」 ツールを使用して⑦でかいた2つの円と四角形 ABCD の対角線との交点をそれぞれ点 P, Q, R, S とする。

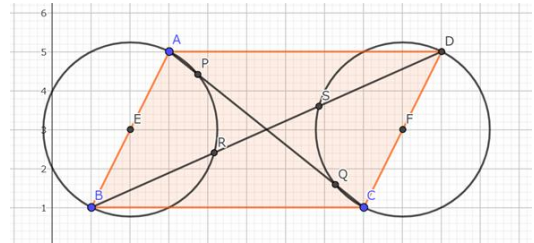


図14 円と対角線の交点

⑨ 「多角形」 ツールで四角形 PRQS をつくる。点を自由に動かし, 問題の条件が保たれた作図であるかを確認し, 動変形を観察することで四角形 PRQS がどのような四角形であるか考察する。

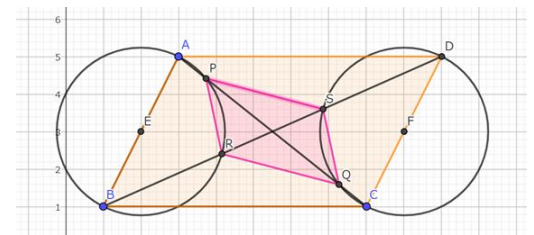


図15 四角形 PRQS

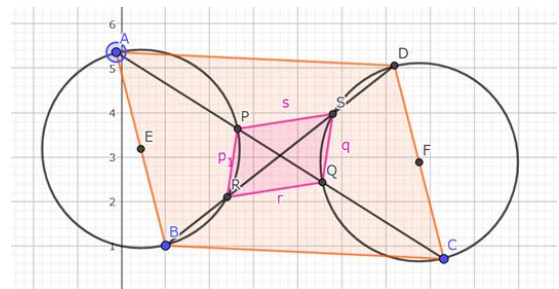


図16 問題の条件を常に保つ

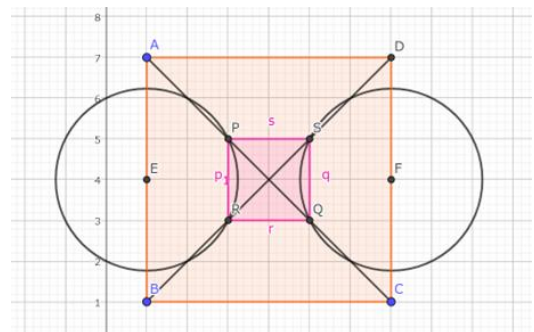


図17 四角形 PRQS が正方形の場合

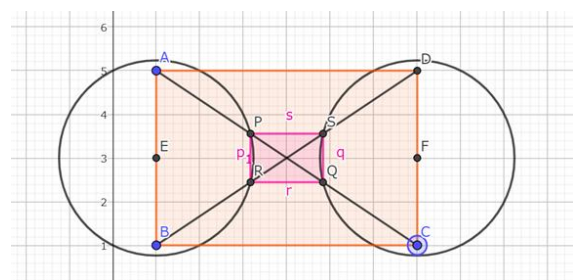


図18 四角形 PRQS が長方形の場合

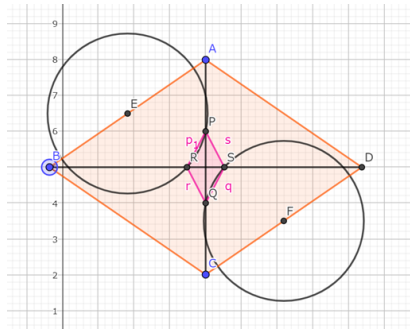


図 19 四角形 PQRS がひし形の場合

証明問題を苦手とする生徒は多く、中学校数学でつまづく大きな要因であると考え。「どのような四角形になるのか」を、GeoGebra を操作することで調べ、証明の手がかりを見つける。その上で証明の記述に入れば、取り組みやすくなるだろう。また、作図した図を自由に動かしても問題文の条件を常に満たすように作図する活動では、「この書き方だと動かしたときに図形が崩れてしまう」「等しい長さにするためにはどう書けばよいのだろう」などと周囲の人達との議論も盛んになる。こうして作り上げた図形を自由に動かして該当の四角形の図形の変化を観察する際にも、「ひし形になるためには対角線が垂直に交わらなければならないから」「正方形になるためには辺の長さが全て等しくて」「正方形・長方形・ひし形・平行四辺形の場合があるけれどまとめると平行四辺形になると言える」などと数学的な表現を用いて議論し、主体的な探究学習となるだろう。

5. おわりに

本稿では、中学校数学科における操作的活動について述べた。操作的活動という具体物を用いた算数科での事例が多いが、本稿で扱っている動的幾何ソフトを用いた操作的活動を行うことでも、生徒の活動が主体的になり、数学への興味・関心が喚起されることが期待できる。また、活動後に数学的表現を用いて活動内容を記述・共有させることで、思考・判断・表現力の育みも期待できる充実した数学的活動になると考える。従って ICT を活用した操作的活動を行う過程でも、試行錯誤し、生徒自らの新たな発見に繋がることが期待できる。

今後はさらに ICT が普及し、各教科の活用も増えていくだろう。中学校数学科では、図形単元でつまづく生徒が多いことから動的幾何ソフトを題材とした操作的活動を行い、様々な観察を行うことで、図形の性質の発見や理解に繋がると考える。

以下が、この研究で明らかになったことである。

- ・操作的活動は生徒が教師の説明を聞くだけの、受動的な学びとは異なるため、生徒自身が手を使って操作し、与えられた課題を解決するために試行錯誤する。この正解にたどり着くまでの試行錯誤のプロセスが大切である。
- ・操作を通じた活動を行うことで、主体的な学びとなり、

生徒の数学に対する興味・関心を喚起させる。

- ・自分の考えを数学的表現を用いて表現することで活発な議論が行われる。
- ・実際に自分で好きなように操作することで、新たな発見に繋がる。また、自身の操作によって発見したことを他の生徒と共有・議論することでさらに活発的な活動になると考えられる。
- ・動的幾何ソフトを利用した授業は思考・判断・表現の力を育むと共に、主体的な活動にさせることができると考えられるため、操作的活動の題材として有効な手段になると考えられる。

従って、中学校数学科において操作的活動を取り入れることで、生徒の数学に対する興味・関心を喚起させ、生徒が主体的に問題解決する活動になることから数学科における操作的活動は有効である。

本稿では指導例を挙げたのみで授業実践を行うことはできなかった。今後は、提案した指導例を基に、実践を行い、生徒たちが実際どのような試行錯誤のプロセスをたどるのか、操作後にどのような議論を交わすのか、数学を得意とする生徒と苦手とする生徒ではどのような違いがあるのかなどを見ていく。その際、GeoGebra などの動的幾何ソフトの操作において、生徒たちにとって慣れない操作が活動にどう影響するかも視野に入れる必要がある。

また、本稿では図形単元に着目して操作的活動について述べたが、今後は図形単元のみならず、関数などの単元でも操作的活動を取り入れた指導について考えていきたい。

参考文献

- 半田真 (2023) . 中学校「B 図形」領域の作図指導における動的幾何ソフト利用の有効性に関する研究. 数学教育学会誌, 64(1-2), 71-88.
- 平岡忠 (1982) . 操作活動を生かした授業. 明治図書.
- 飯島康之 (2012) . 作図ツール GC を使った多様な探究のための教材開発の実際—3つの問題に関するケーススタディー. 愛知教育大学数学教育講座 イプシロン, 54, 7-27.
- 石田淳一 (1995) . 算数教育における操作的活動. 日本数学教育学会誌算数教育, 77, 6-7, 72-73.
https://doi.org/10.32296/jjsme.77.6-7_72
- 文部科学省 (1999) . 中学校学習指導要領 (平成 10 年 12 月) 解説数学編.
- 文部科学省 (2017) . 中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説数学編.
- 坂本健一 (1981) . 操作的活動を重視する指導. 日本数学教育学会誌算数教育, 63, 2, 25-28.
https://doi.org/10.32296/jjsme.63.2_25
- 辻宏子 (2001) . コンピュータ環境下の図形学習における作図活動の影響. 日本科学教育学会年会論文集, 25, 299-302.